(Pr.No.3412)

正三角形の性質の証明

作業　　　　　　　　　　　　　　　　　図

右に，正三角形ＡＢＣを作図しなさい。

問題
△ＡＢＣが正三角形であるならば，その３つの角は等しい。

このことを証明しなさい。

仮定 ______________________________

結論 ______________________________

証明の方針

△ＡＢＣは正三角形であるが，見方をかえると二等辺三角形とみることができる。

そこで，前に証明した定理（二等辺三角形の性質）を用いると簡単に証明できる。

証明

△ＡＢＣを∠Ａを頂角とするＡＢ＝ＡＣである二等辺三角形と考えると，

∠______ ＝∠______　　……①

△ＡＢＣはまた，∠Ｂを頂角とするＢＡ＝ＢＣである二等辺三角形とも考えられるから，

∠______ ＝∠______　　……②

①，②から

∠______ ＝∠______ ＝∠______

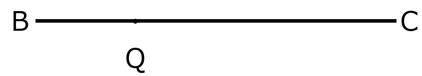
(Pr.No.3412＋α)

正三角形の性質を用いた証明問題

問題
正三角形ＡＢＣの辺ＡＢ，ＢＣ，ＣＡ上にそれぞれ点Ｐ，Ｑ，Ｒをとって，

ＡＰ＝ＢＱ＝ＣＲ

とすれば，
△ＰＱＲは正三角形である。
このことを証明しなさい。



仮定 ______________________________

結論 ______________________________

証明

△ＡＰＲと△ＢＱＰにおいて

仮定より，△ＡＢＣは正三角形であるということから

ＡＣ＝______　　……①

仮定より

ＣＲ＝______　　……②

①②より

ＡＣ－ＣＲ＝______－______

つまり　ＡＲ＝______　　……③

また，正三角形の性質より

∠Ａ＝∠______　　……④

②③④より，２つの三角形において

____

______________________________から

△ＡＰＲ≡△ＢＱＰ

したがって，合同な三角形の性質より

ＰＲ＝______　　……⑤

同様にして，△ＢＱＰ≡△ＣＲＱであるから

ＱＰ＝______　　……⑥

⑤，⑥より

ＰＲ＝______ ＝______

したがって，３辺がみな等しいから，

△ＰＱＲは__________である。

(Pr.No.3412－Ａ)

正三角形の性質の証明

仮定　△ＡＢＣは正三角形（△ＡＢＣで　ＡＢ＝ＢＣ＝ＣＡ）

結論　３つの角はみな等しい（∠Ａ＝∠Ｂ＝∠Ｃ）。

証明

△ＡＢＣを∠Ａを頂角とするＡＢ＝ＡＣである二等辺三角形と考えると，

∠　Ｂ　＝∠　Ｃ　……①

△ＡＢＣはまた，∠Ｂを頂角とするＢＡ＝ＢＣである二等辺三角形とも考えられるから，

∠　Ａ　＝∠　Ｃ　……②

①，②から

∠　Ａ　＝∠　Ｂ　＝∠　Ｃ

まとめ

定理（正三角形の性質）
正三角形の３つの角は等しい。

(Pr.No.3412＋α－Ａ)

正三角形の性質を用いた証明問題

仮定　△ＡＢＣは正三角形（ＡＢ＝ＢＣ＝ＣＡ），ＡＰ＝ＢＱ＝ＣＲ

結論　△ＰＱＲは正三角形（ＰＱ＝ＱＲ＝ＲＰ）

証明

△ＡＰＲと△ＢＱＰにおいて

仮定より，△ＡＢＣは正三角形であるということから

ＡＣ＝ ＡＢ　……①

仮定より

ＣＲ＝ ＡＰ　……②

①②より

ＡＣ－ＣＲ＝ ＡＢ － ＡＰ

つまり　ＡＲ＝ ＢＱ　……③

また，正三角形の性質より

∠Ａ＝∠ Ｂ　……④

②③④より，２つの三角形において２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ＡＰＲ≡△ＢＱＰ

したがって，合同な三角形の性質より

ＰＲ＝ ＱＰ　……⑤

同様にして，△ＢＱＰ≡△ＣＲＱであるから

ＱＰ＝ ＱＲ　……⑥

⑤，⑥より

ＰＲ＝ ＱＲ ＝ ＲＰ

したがって，３辺がみな等しいから，△ＰＱＲは 正三角形 である。