(Pr.No.341D)

# 三角形の内角の二等分線の性質

問題

　△ＡＢＣの∠Ｂと∠Ｃの二等分線の交点をＩとし，Ｉから３辺に垂線をひいて，ＡＢ，ＢＣ，ＣＡとの交点をそれぞれＤ，Ｅ，Ｆとする。

　このとき，

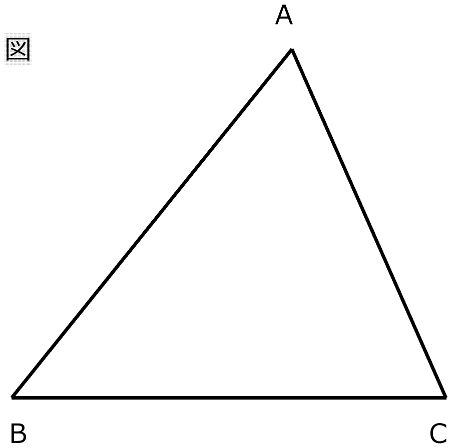
　　ＩＤ＝ＩＥ＝ＩＦ

である。

　このことを証明しなさい。

　なお，このことの証明には，前に証明した(Pr.No.341C)の「角の二等分線上の性質」を用いてよい。

図




仮定 ______________________________

結論 ______________________________

証明

　∠ＡＢＣにおいて

　仮定より

　　∠ＡＢＩ＝∠______

　仮定より

　　∠ＩＤＢ＝∠______＝９０°

　したがって，角の二等分線の性質より

　　　ＩＤ＝______　……①

　∠ＡＣＢにおいて

　　**同様に**

　　　ＩＥ＝______　……②

　　______＝______＝______

　まったく同じ証明の流れである場合には「同様に」という便利な言葉で証明の記述を簡略に書くことができます。

　本来なら下の７行を書くところを５行分を「同様に」の一言ですますのです。

∠ＡＣＢにおいて

**仮定より**

　**∠ＡＣＩ＝∠______**

**仮定より**

　**∠ＩＥＣ＝∠______＝９０°**

**したがって，角の二等分線の性質より**

　　ＩＥ＝______　……②

(Pr.No.341D＋α)

# 三角形の内角の二等分線の性質　２

問題

　△ＡＢＣの∠Ｂと∠Ｃの二等分線の交点をＩとし，Ｉから３辺に垂線をひいて，ＡＢ，ＢＣ，ＣＡとの交点をそれぞれＤ，Ｅ，Ｆとする。

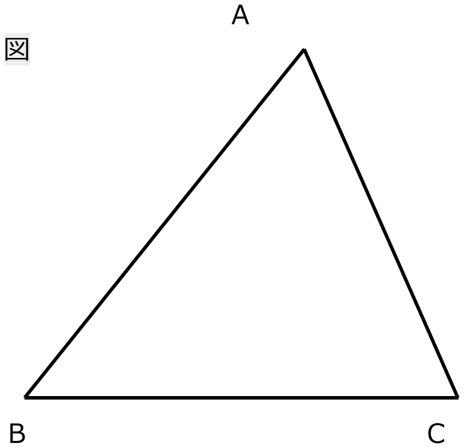
　(Pr.No.341D)より，

　　ＩＤ＝ＩＥ＝ＩＦ

が導けたわけだが，さらに，半直線ＡＩは，∠ＢＡＣ を ２等分する。

　このことを証明しなさい。

図




証明

証明の流れ

△ＡＩＤと△ＡＩＦにおいて

(341D)の証明の結論より

ＩＤ＝

仮定より

∠ＡＤＩ＝∠　　　　＝９０°

共通だから

ＡＩ＝

（合同条件　　　　　　）

△ＡＩＤ≡△

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから

∠ＤＡＩ＝

(Pr.No.341D＋α)

# 三角形の内角の二等分線の性質　補足

いったいこのワークシートって何が言いたいの？
と言いますと
「３４１Ｄ」では

> ∠Ｂと∠Ｃの二等分線を引いたところ，
> その交点Ｉは３つの辺からみな等距離にあるよ。

ということが言いたいのです。
そして「３４１Ｄ＋α」では

> 先ほどの「３４１Ｄ」のＩはよくよく調べてみると，
> ∠Ａの二等分線上にもあるよね。

ということが言いたいのです。
つまりは，

> ∠Ｂ，∠Ｃの二等分線を引いてみたんだけど，
> もう一つ∠Ａの二等分線を引いたとしたらそれもＩを通るよね。

ということなんです。まとめて言えば

> 三角形の３つの角　∠Ａ，∠Ｂ，∠Ｃ　の二等分線を引けば
> それらは１点Ｉで交わり，その点Ｉは３つの辺から等距離にある。

不思議でしょ？

えっ？！ちっとも不思議じゃないって？でもね，三角形で３つの角の二等分線をひいてみたら，それらはぴったり同じ点Ｉを通るってことですよ。３つ目までが同じところを通るって不思議でしょ？！これが数学の美しさなんだよねえ。

そして，３辺から等距離にあるってことは，点Ｉを中心として，この三角形の辺を接線とする円がかけるってことです。

こうなるような円を「三角形の内接円」と言い，この点Ｉを「三角形の内心」と言います。

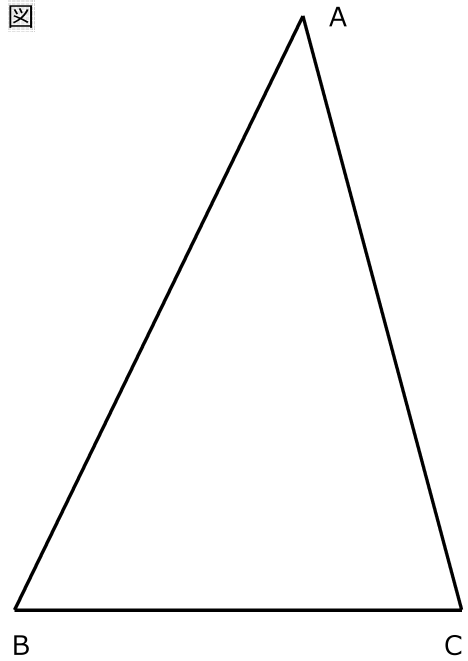
ほんとにこの円をかいてみましょ，というのが次のワークシート「３４１Ｄ＋β」です。

(Pr.No.341D＋β)

# 三角形の内心と内接円

> 作業
> 　右の三角形に関して，次の作業をしなさい。
> ①∠Ｂの二等分線を作図しなさい。
> ②∠Ｃの二等分線を作図しなさい。
> ③∠Ａの二等分線を作図しなさい。
> ④この３つ半直線が１つの点Ｉで交わることを確かめなさい。
> ⑤点Ｉから各辺に垂線をひきなさい。なお，正確な作図はしなくていいです。
> ⑥この点Ｉを中心として，３辺に接する円を書きなさい。

図




おまけ問題

右の図で，点Ｉは△ＡＢＣの３つの内角の二等分線の交点であるとする。

このとき，次の問に答えなさい。

① ∠Ａ＝５４°のとき，∠ＢＩＣは何度か求めなさい。

② ∠Ａ＝ $a$ °として，∠ＢＩＣを $a$ を使って表しなさい。